

數據與模型——大地工程中 偏差－變異權衡的過去、現在與未來

卿建業 國立臺灣大學土木工程學系 / 教授、大地技師

一、地下空間的不可見性：我們從何開始？

大地工程與其他許多工程領域的根本差異，不僅在於研究材料本身，也不僅在於所採用的分析工具，而在於我們所面對的對象是地下空間。與結構構件或製造系統不同，地盤無法被完整觀測，我們從未真正「看見」過一個完整場址。鑽孔僅提供點位量測，現地試驗僅探測有限體積，地球物理方法可提供空間上連續的影像，但解析度仍然有限。即使在最嚴謹的場址調查計畫下，我們所取得的仍然是稀疏樣本與間接量測。地層分布、沉積歷史、空間變異與應力演化，大多仍隱藏於地表之下。此種不完全可觀測性是一項內在限制，而非暫時性困難。我們無法為了檢視而全面開挖整個場址，也無法對地下每一單元土壤進行現地全面試驗。即使量測技術持續進步，地下條件的完整揭示仍將受到技術與經濟條件的限制。因此，大地工程始終是在資訊不完整的條件下開始。

1.1 數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性

地下空間的不可見性（subsurface invisibility）直接導致數據稀疏性（data sparsity）。挑戰不僅在於我們探測的體積有限，更在於所取得的數據在空間上呈現不連續、碎片化與多尺度特性。除了數據稀疏性，地工資訊進一步受到兩項特徵所強化：空間變異性（spatial variability）與場址獨

特性（site uniqueness）。空間變異性——地下空間從來不是均質域，土壤性質因沉積過程、風化作用與應力歷史等因素而在空間中連續變動。即使在看似均一的土層中，強度與勁度等參數亦可能呈現顯著的局部波動。這些變異並非純粹隨機，而是反映形成地盤之地質過程。場址獨特性——每一場址皆具有特定的地質成因、沉積環境與應力歷史。即便兩個場址具有相似的土壤分類，其組織構造與歷史演化差異仍可能導致顯著不同的工程反應。因此，一個場址的經驗與數據無法在未經審慎評估下直接轉移至另一場址，資訊的可轉移性具有內在限制。

地下空間的不可見性、數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性，共同累積為不可避免的不確定性。此種不確定性源於地下空間僅部分可觀測且不可重製的本質，我們必須在高度不確定的條件下作出設計決策。

1.2 為何模型不可避免

在數據有限且不確定性高的條件下，模型變得不可避免。模型將零散且部分的觀測組織為具可詮釋性與預測能力的框架。然而，模型並非現實本身，而是對現實的抽象與簡化，每一個模型都包含假設，而每一項假設皆伴隨權衡。當我們將土壤理想化為均質、連續與均向性時，我們獲得分析上的可處理性，卻同時忽略地層非均質性與沉積複雜性。當我們構建更精細的組成律

時，或許更接近材料行為，但同時也引入更多參數與新的不確定來源。在數據稀疏、空間變異與場址獨特性的條件下，模型複雜度本身即成為方法論選擇。若數據有限而模型過於複雜，參數將變得不可辨識，預測結果可能對微小觀測差異高度敏感。若模型過度簡化，預測或許穩定，但可能存在系統性偏差。以統計語言而言，此即偏差－變異權衡（bias-variance tradeoff）：簡化模型可能增加系統性偏差，卻降低變異；複雜模型可能降低偏差，卻放大在有限數據下的敏感性。

1.3 早期理論與簡化邏輯

此種偏差－變異權衡並非新現象，而是早期大地工程模型與理論中已隱含的結構。十八與十九世紀提出之古典土壓力理論（例如 Coulomb, 1776; Rankine, 1857），係在地下數據極為有限之時期，在高度理想化假設下推導而成。這些封閉解在理論上相對簡潔（偏差較高但變異較低），卻為工程實務提供穩定且可重複的預測框架。早期理論並未試圖捕捉土壤行為與空間變異的所有細節，而是隱含遵循一項理性原則：當複雜假設無法驗證時，應優先採用較低複雜度之解釋。

因此，大地工程的歷史並非單純朝向模型日益精細化的線性過程，而是一個隨數據條件不斷校準模型複雜度的持續調整過程。從高度理想化的經典解析解，到結合經驗的模型，再到當代對空間變異與不確定性的處理，本學科反覆面對同一核心問題：在本質上不確定的環境中，如何構建既穩定又具表達能力的模型？理解地下空間的不可見性、數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性，乃理解大地工程演進之起點。這些基本限制並不會隨技術進步而消失，數據與模型之間的平衡，始終是一項持續存在且無可避免的工程選擇。

1.4 本文範圍

本文主要聚焦於大地工程中與「土壤力學」相關之發展；土壤的成因與空間變異性，在數據

與建模之間形成獨特張力。岩石力學同樣面臨地下空間不可見性與不確定性問題，但其材料行為與理論發展軌跡有所不同，值得另行專論。本文之範圍界定應理解為主題聚焦，而非對岩石工程之排除。

二、從物理到實務：數據與模型間的早期平衡

若第一章建立了大地工程所面臨的內在限制，則本學科的歷史發展，可被視為對這些限制的一系列回應。在偏差－變異權衡（bias-variance tradeoff）等統計術語尚未普及之前，早期先驅便已意識到有限數據與模型複雜度之間的張力。

2.1 有效應力——框架的誕生

1925 年，有效應力原理（effective stress principle）被提出（Terzaghi, 1925），標誌著土壤力學概念上的重大轉變。土壤不再僅被視為由摩擦顆粒組成的介質，而是透過有效應力概念，建立一個連結應力、孔隙水壓力與變形的近似連續體框架。此一發展並非源自大規模數據庫，而是來自有限室內證據、現地觀測與物理推理的綜合。有效應力原理在概念上簡潔，卻具有高度解釋力，它將複雜的顆粒行為壓縮為可處理的連續體核心，同時保留物理可詮釋性。以現代語言而言，它是一種具有物理合理性偏差（physically plausible bias）、但變異極低的模型：即便在數據稀疏條件下，仍能在廣泛條件下保持穩健。

《Theoretical Soil Mechanics》（Terzaghi, 1943）的出版，代表此一形式化工作的高峰，其目標明確：為土壤力學提供嚴謹的理論基礎；然而，此一理論努力從未脫離工程實務。值得注意的是，書中許多解析解建立於高度理想化假設之上，包括線性（linearity）、均質（homogeneous）與均向性（isotropic）材料、剛塑性（rigid-perfect plasticity）行為，以及簡化邊界條件。這些假設不僅是數學便利手段，更反映當時的知識限制，

在極度有限且空間稀疏的數據條件下，簡化是必要的。因此，早期大地工程的發展路徑，更傾向於理論可處理性與概念清晰性，而非追求理論完備性。

2.2 案例研究與觀測法

隨後出版的《Soil Mechanics in Engineering Practice》(Terzaghi and Peck, 1948)，由當時領先的現場工程師 Peck 共同撰寫，標誌著土壤力學由理論形式化走向工程實務整合的一次重要調整。此一調整並非對理論分析的否定，而是對理論、現場經驗與施工觀測之間關係的重新定位。Terzaghi 在該書序言中對當時土壤力學發展方向提出如下觀察：

Unfortunately the research activities in soil mechanics ... diverted the attention of many investigators and teachers from the manifold limitations imposed by nature on the application of mathematics to problems in earthwork engineering. As a consequence, more and more emphasis has been placed on refinements in sampling and testing and on those very few problems that can be solved with accuracy. Yet, accurate solutions can be obtained only if the soil strata are practically homogeneous and continuous in horizontal directions. Furthermore, since the investigations leading to accurate solutions involve highly specialized methods of sampling and testing, they are justified only in exceptional cases. On the overwhelming majority of jobs no more than an approximate forecast is needed, and if such a forecast cannot be made by simple means it cannot be made at all. If it is not possible to make an approximate forecast, the behavior of the soil must be observed

during construction, and the design may subsequently have to be modified in accordance with the findings. These facts cannot be ignored without defying the purpose of soil mechanics. They govern the treatment of the subject in this book.

上述文字清楚說明，Terzaghi 所關切者並非取樣、試驗或理論精細化本身沒有價值，而是當土壤力學過度集中於少數可精確求解的理想問題時，可能忽略自然地盤對數學與理論應用所施加的多重限制。對多數大地工程而言，地下條件往往並非均質且水平連續，完整精確的解答通常不具現實可行性；工程上真正需要的，常是一個合理的近似預測，並於施工過程中依據現場觀測結果加以修正。因此，《Soil Mechanics in Engineering Practice》的重要性，不僅在於將土壤力學理論應用於工程問題，更在於將理論、案例歷史、現場經驗與觀測修正整合為一種面對不確定性的工程方法。焦點轉向案例歷史、現場行為以及觀測在工程決策中的角色。此一調整反映對數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性的隱含認識：當地條件無法事前完全掌握時，設計必須保持可調整性。觀測法 (observational method) (Peck, 1969) 的提出，並非對理論的否定，而是對不確定性的承認：模型提供初始結構，現場數據提供修正。此一方法並未增加理論複雜度，而是強化模型與可觀測現實之間的連結。它強調模型可演進，但現場觀測具有持久價值。以本文將提及之語言而言，這可被視為在資訊受限條件下早期的「數據優先」(data-first) 設計哲學。

2.3 參數可量測性與工程可操作性

1950 年代，研究焦點轉向將理論概念轉化為可量測參數。孔隙水壓力參數 (Skempton, 1954)、剪力強度相關關係與過壓密效應被形式化為可透過試驗辨識的參數 (Skempton, 1964)。這些發展的重要性不在於數學精細程度，而在於其可量測性。這些努力並未引入更多抽象理論層

次，而是將複雜的力學行為轉譯為可由室內與現地試驗取得的參數。模型形式仍相對簡潔，但具物理可詮釋性，且參數可透過試驗辨識。此種作法透過將參數錨定於可觀測試驗結果而降低變異，即便某些簡化可能引入系統性偏差。再一次地，模型複雜度與數據條件之間的平衡雖未明言，卻是有意識地存在。

2.4 數據標準化

在理論發展之外，試驗程序標準化亦同步推進。阿太堡限度 (Atterberg limits) 之室內試驗方法經改良 (Casagrande, 1932)。三軸試驗設備與程序獲得改進，以確保可重現性。土壤分類系統被正式化：統一土壤分類系統 (Unified Soil Classification System, USCS) (Casagrande, 1948) 為二十世紀中葉之代表性成果。該系統透過粒徑分佈與阿太堡限度等相對容易量測的參數，將複雜土壤行為壓縮為分類架構，建立穩定且可轉移的工程語言。USCS 並未試圖描述所有機制，而是在表達豐富性與操作清晰性之間作出取舍。其長期延續性顯示，在數據稀疏且異質條件下，模型簡潔性往往較理論完備性更具工程價值。

2.5 組成律的興起

至 1950 年代末與 1960 年代，組成律建模 (constitutive modeling) 開始更為正式化。Cam Clay 模型 (Roscoe *et al.*, 1958) 以及後續之 Modified Cam Clay 模型 (Roscoe and Burland, 1968)，嘗試將土壤行為納入一套基於臨界狀態土壤力學 (critical state soil mechanics) 的彈塑性框架，此類發展代表模型表達能力的重要擴展。該框架統一描述壓密行為、降伏面與應力－應變關係。然而，即便在此階段，模型參數數量仍然有限，具物理可詮釋性，且可透過試驗辨識，平衡尚未轉向過度複雜。模型結構較古典土壓力理論更為精細，但仍受限於可量測參數與可取得的室內數據。

2.6 一種模式的浮現

回顧這些早期年代，可以觀察到一種模式：

- 理論框架的引入保持審慎；
- 參數與可量測量綁定；
- 案例始終居於核心地位；
- 模型複雜度逐步但有選擇性增加。

事後觀之，這些發展可被理解為在嚴重數據限制下對偏差與變異進行管理的嘗試。早期大地工程並非追求絕對簡化，而是使簡化具有物理基礎。此一時期顯示，本學科的基礎既非純經驗導向，也非過度理論化，而是在地下不可見性、數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性的條件下所作出的平衡回應。下一階段的發展，將在計算能力提升速度超越量測能力之際，使此種平衡面臨更嚴峻考驗。

三、計算力崛起：當模型容量超越數據

若土壤力學的早期數十年以在嚴重數據限制下審慎擴展模型結構為特徵，則 1970 年代標誌著另一階段的開始。計算能力迅速提升，數值方法日益成熟，模型複雜度首次不再受限於解析可解性，而是受限於想像力與計算資源，此一轉變根本改變了大地工程建模的格局。

3.1 有限元素法與可能性的擴展

1960 至 1970 年代，有限元素法 (finite element method, FEM) 的廣泛採用 (例如 Clough and Woodward, 1967; Zienkiewicz, 1971)，使工程師得以超越封閉解析解與理想化幾何假設。過去難以處理的邊界值問題得以透過數值方式分析；複雜地層、分階段施工與非線性材料行為皆可納入模擬之中。此一發展具有變革性意義，大幅提升模型的表達能力，然而，它並未消除地下空間不可見性、數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性。當數值求解器日益強大時，材料參數仍須依賴有限的現地與室內試驗估計。換言之，模型容量的提升速度，快於數據品質的提升。

3.2 組成律模型的繁衍

隨著計算限制的放寬，組成律模型的發展進入快速多樣化階段。除 Cam Clay 及其變體（Roscoe *et al.*, 1958; Roscoe and Burland, 1968）外，多種彈塑性延伸模型陸續出現，包括：

- 受限面塑性（bounding surface plasticity）模型（例如 Dafalias and Popov, 1975）；
- 處理液化與應變累積之循環載重模型（例如 Prevost, 1985）；
- 廣義塑性（generalized plasticity）模型（例如 Pastor *et al.*, 1990）；
- 納入應力依賴勁度與塑性硬化之 Hardening Soil 類型模型（例如 Schanz *et al.*, 1999）；
- 以及其他更多的模型。

理論精細度與模型參數數量顯著增加，降伏面之形狀與維度亦日益複雜。若從偏差－變異權衡角度觀察，此階段可被理解為試圖降低模型偏差，以捕捉早期模型無法描述之土壤行為細節。然而，模型複雜度的擴張亦帶來新挑戰，參數辨識變得更加困難，校準過程需依賴精密控制的室內應力路徑試驗，而此類試驗未必能代表實際現場條件。在許多實務工程中，僅有部分參數可被可靠決定，其餘參數則須推估、假設或引用文獻值。因此，即使模型偏差可能降低，模型變異卻增加，預測結果對參數不確定性與場址特定變異更為敏感。

3.3 數值平台的擴展

模型複雜度的擴展亦伴隨數值平台的多樣化。有限元素法成為邊界值問題（boundary value problem）之主流工具，但為了描述連續體假設之外的現象，其他計算方法亦被發展。離散元素法（distinct element method, DEM）（Cundall and Strack, 1979），以及後續之 PFC3D（Itasca, 1998），使顆粒尺度材料模擬成為可能。物質點法（material point method, MPM）（Sulsky *et al.*,

1994）則用以處理大變形、演化邊界與多相耦合問題，例如邊坡滑動與土壤－結構互制。這些平台顯著提升大地工程模擬之表達能力。

然而，數值能力的進展再一次快於量測能力；DEM 中的顆粒尺度參數或 MPM 中的組成律關係，仍需依賴室內或現地數據進行校準。儘管此類方法對理論理解與研究探索具有重要價值，其在例行設計中的應用仍受限於相同的數據條件。因此，數值平台的多樣化不僅未消除模型與數據之間的張力，反而使其更加明顯。

3.4 數值能力與數據限制

這時期的計算力崛起，形成一種微妙但重要的不對稱。數值分析幾乎可以模擬任何力學情境，只要組成律與邊界條件可以被指定，然而，指定這些條件需要數據。當數據仍然稀疏，土壤性質仍具有空間變異，場址仍具獨特性時，數值精細化並不必然轉化為預測能力。實務中因此出現一種現象：

- 模型日益精細；
- 然而工程實務仍傾向採用相對簡化之模型與參數。

換言之，計算工具使多參數模型成為可能，但數據條件往往迫使工程師回退至參數較少之簡化模型。此一現象反映地下不可見性所帶來的數據限制。

3.5 業界作為隱含模型篩選者

工程實務中可觀察到一項值得注意的現象：儘管先進組成律模型數量眾多，真正長期主導設計之模型卻有限。Mohr-Coulomb 塑性搭配線彈性模型（例如 Potts and Zdravkovic, 1999）仍廣泛使用，Modified Cam Clay 持續作為軟黏土之參考模型，Duncan-Chang 雙曲線模型（Duncan and Chang, 1970）於路堤與基礎分析中獲得廣泛採用，Hardening Soil 類型模型則在進階 FEM 平台中受到青睞。這些模型具有共同特徵：在複雜

度與數據限制之間取得平衡。它們並非文獻中最精細的土壤行為描述，而是參數可由標準試驗校準、且在一般數據條件下數值穩定的模型。

業界的選擇因此可被視為一種大規模模型選擇機制：需要過度校準努力、數值不穩定或依賴罕見數據的模型，往往難以在實務中長期存活。從數據與模型關係觀之，此種存活模式顯示，最具影響力的模型並非單純追求最低偏差，而是在現實數據條件下維持可控制變異。

3.6 日益加劇的張力

至二十世紀末，一種張力逐漸顯現：

- 理論與數值能力迅速擴張；
- 量測與場址調查方法雖改善，但速度較慢；
- 組成律模型日益複雜；
- 數據仍然稀疏、具有空間變異且場址特定。

此種分歧並未否定先進建模之價值：在受控室內試驗條件下，高擬真模型可產生重要洞見；然而，在例行工程上，第一章所述基本限制依然存在。因此，計算力崛起並未消除偏差－變異權衡，而是使其更加明顯。大地工程面臨一項新問題：與其僅精緻化確定性組成律，是否應將不確定性本身納入明確建模目標？下一階段的發展，將朝此方向前進。

四、不確定性的顯性化：變異性、可靠度與貝氏更新

若說計算力崛起擴張了模型容量，卻未能解決地下空間數據受限的根本問題，那麼隨後的大地工程發展則朝向另一個方向前進。與其持續提升組成律的複雜度，學界逐漸將焦點轉向：將「不確定性」本身視為建模對象。這一轉向並非否定確定性的模型（deterministic modeling），相反地，它承認在地下空間不可見、數據稀疏、空間變異性與場址獨特性長期存在的條件下，不確定性並非單純雜音，而是一種內在特性，值得被直接建模與量化。

4.1 變異性的早期認識

在可靠度方法（reliability methods）廣泛應用之前，土壤的變異性已受到觀察與記錄。Lumb（1966）在早期系統性研究中指出，土壤性質之變異可視為圍繞平均趨勢之隨機偏差，且常可近似為常態或對數常態分布；他進一步主張，設計參數的選取應基於可接受的失效機率（failure probability），而非僅依賴決定論安全係數（safety factor）。若以偏差－變異權衡觀之，這代表了一種不同於提升模型複雜度以降低偏差的策略：與其追求更精細的模型以減少偏差，不如直接量化並管理變異性。此時，大地工程推論開始承認：在數據受限條件下，變異性本身即為不可忽視之核心結構。

4.2 可靠度方法與隨機場模型進入大地工程

可靠度方法最初發展於其他土木工程領域（例如 Benjamin and Cornell, 1970），隨後逐漸影響大地工程設計思維。Tang 等（1976）與 Christian 等（1994）指出，可靠度方法提供一種更透明的架構，以顯性方式處理不確定性。在此架構下，設計問題轉化為：建立極限狀態函數（limit-state function）、指定參數之機率分布、設定目標失效機率，設計不再僅是選擇安全係數，而是量化失效風險。

進一步的發展來自於對空間變異性的認識：土壤空間變異並非各點彼此獨立，而是具有空間相關結構。Vanmarcke（1977, 1983）提出隨機場（random field）理論，將土壤性質表示為具有平均值、變異數與波動尺度（scale of fluctuation）的空間隨機場，此一觀點使空間相關性得以納入可靠度分析。隨機有限元素法（random finite element method, RFEM）（例如 Griffiths and Fenton, 2004; Fenton and Griffiths, 2008）進一步顯示：在相同平均強度下，不同相關結構與變異程度可能導致截然不同的失效機率。換言之，空間變異性本身即為決定性因素。

同時，研究者亦開始彙整土壤統計特性，包括變異係數（coefficient of variation, COV）、波動尺度與不同土壤參數間之轉換不確定性（例如 Phoon and Kulhawy, 1999a, 1999b）。這些彙整提供可靠度分析與隨機場模型所需之統計基礎。從偏差－變異的觀點來看，可靠度方法與隨機場模型承認：在數據受限條件下，確定性模型的偏差無法完全消除，與其以高度複雜的確定性組成律過度擬合有限數據，不如直接模擬其不確定性。值得注意的是，此轉向並未要求持續增加組成律複雜度，相反地，它有時更傾向於使用較簡潔、參數可辨識之組成律，以利於機率分析。因此，不確定性建模並非組成律複雜化之延伸，而是建模焦點的重新分配：從捕捉力學細節、轉向量化「無法完全確知」之變異性與不確定性。

4.3 貝氏更新與觀測法

可靠度思維的自然延伸為貝氏更新（Bayesian updating）（例如 Ang and Tang, 1975; Baecher and Christian, 2003）。貝氏方法不再將設計參數視為場址調查後即固定不變，而允許隨施工監測數據之取得而持續更新，於分階段施工、隧道工程及深開挖專案中，現地監測可被納入分析，以逐步降低不確定性，此一架構使模型與數據之關係由靜態轉為動態。概念上，貝氏更新提供了一種在偏差－變異權衡中動態調整的機制：先驗模型（prior model）包含物理理解與假設（含偏差）、新觀測數據透過條件化（conditioning）降低變異、後驗模型（posterior model）則反映重新平衡後之狀態。因此，貝氏方法並非在確定性的模型與觀測數據間做出選擇，而是以機率方式將兩者整合。從歷史脈絡觀察，貝氏更新可被視為 Peck（1969）所提出觀測法（observational method）的機率化形式，觀測法主張：基於最佳可得資訊提出初步設計、於施工過程中持續監測、依據觀測結果調整設計決策，貝氏更新為此哲學提供數學結構，它將確定性的調整轉化為機率化的更新。Peck 所強調之

觀測法，在貝氏語言中即為：在新證據下對先驗信念進行序列更新，因此，貝氏方法並非引入全新的工程哲學，而是將長期存在的觀測導向決策實務加以顯性化與量化。

4.4 一種不同形式的成熟

至二十世紀末，大地工程發展出兩條並行的成熟路徑：

- 組成律與數值平台複雜度的提升（第三章）
- 變異性與不確定性之顯性建模（第四章）

前者主要透過提升物理描述能力以降低偏差，後者則透過量化與管理不確定性以控制變異，兩者並非互斥。然而，在地下空間不可見、數據稀疏、空間變異性與場址獨特性持續存在之條件下，第二條路徑提供了另一種穩定性來源：它不主張更強的確定性模型，而是將不確定性納入模擬範疇。此時，大地工程關注的不再僅是：「如何更精確描述土壤行為？」而同時是：「我們對所知之事有多不確定？」下一章將轉向當代情境：在量測技術進步、數據庫彙整與人工智慧（Artificial Intelligence, AI）興起的背景下，數據與模型之張力正被重新形塑。

五、數據更為豐富，但尚未真正進入數據豐富時代：當代圖像

若二十世紀末的發展標誌著透過可靠度方法與隨機場建模將不確定性顯性化，則二十一世紀初期則出現另一種轉變：量測技術進步、數據庫逐步建立、計算基礎設施大幅擴張，以及人工智慧（Artificial Intelligence, AI）方法進入工程實務。乍看之下，大地工程似乎正邁向數據豐富（data-rich）時代，然而，此一轉變更為細緻；當代大地工程確實「數據更為豐富」，但尚未真正進入全面數據豐富的狀態。

5.1 量測技術與監測規模的擴張

當代量測技術顯著進步：圓錐貫入試驗（Cone Penetration Test, CPT）更為成熟與標準

化，地球物理調查方法（geophysical survey methods）如下孔（downhole）、跨孔（crosshole）、表面波（surface wave）、電阻率層析（electrical resistivity tomography）與地面穿透雷達（ground penetrating radar, GPR）（例如 Stokoe and Woods, 1972; Loke and Barker, 1996; Park *et al.*, 1999; Daniels, 2004）均提升地下空間特性辨識能力，遙測（remote sensing）與干涉式合成孔徑雷達（interferometric synthetic aperture radar, InSAR）（例如 Massonnet and Feigl, 1998）使區域尺度地表監測成為可能，分散式感測（distributed sensing）（例如 Soga and Luo, 2018）提升觀測數據之密度、頻率與時間解析度。在隧道與深開挖工程中，位移量測、孔隙水壓紀錄與應力監測產生大量時間序列數據（例如 Huang *et al.*, 2018），此類數據在過去難以取得。然而，即使量測技術進步，地下空間不可見性仍未消失：鑽孔仍為離散，地球物理方法仍受解析度限制，

監測數據仍只能偵測局部反應，量測密度提升改善了解析能力、但未消除資訊不完整性。因此，儘管數據量增加，第一章所指出之基本特性——數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性——仍然存在。

5.2 數據庫之建立與彙整

二十一世紀另一重要發展為大地工程數據之系統化彙整。除量測技術提升外，地下空間資訊逐漸被整理、標準化並匯集成大型數據庫。在國家層級，多國建立公開大地工程數據平台，例如：紐西蘭之 New Zealand Geotechnical Database（NZGD），整合鑽孔紀錄、CPT 與試驗結果；美國 Pacific Earthquake Engineering Research Center（PEER）所維護之震害與場址反應數據庫；香港土木工程拓展署（CEDD）及其岩土工程處（GEO）所提供之可查詢鑽孔與工程檔案；歐洲 EuroGeoSurveys 推動跨國地下數據共享；在台灣，經濟部地質調查及礦業管理中心建置之工程地質探勘資料庫（經濟部地質調查及礦業管

理中心，2026），亦整合工程地質鑽探與地表地質調查等資料，反映台灣近年亦逐步朝向工程地質與大地工程資料之系統化、標準化與資料庫化方向發展。除國家級平台外，主題型數據庫亦逐步形成，例如：土壤統計特性彙整（Phoon and Kulhawy, 1999a），CPT 數據庫（Ching *et al.*, 2023），模型不確定性統計（Tang and Phoon, 2021），Next-Generation Liquefaction Database（Brandenberg *et al.*, 2020），國際岩土力學與地工學會（ISSMGE）技術委員會 TC304 亦發表關於變異性與不確定性之現況報告（ISSMGE, 2021）。

這些努力反映出一項共識：單一專案數據不足以支撐廣泛應用，跨場址彙整可提升統計能力、支持模型驗證與變異性描述。然而，大型數據庫並未消除場址獨特性，也未克服地下空間不可見性，它們降低的是「母體層級」的變異，而非個別場址的不確定性。因此，大地工程確實比過去更具數據基礎，但尚未進入真正數據豐富時代。

5.3 人工智慧與模型容量擴張

人工智慧（AI）與機器學習（Machine Learning, ML）模型，包括：類神經網路（neural networks）（Haykin, 2009）、支持向量機（support vector machines）（Schölkopf and Smola, 2001）、樹狀集成模型（tree-based ensemble models）（Zhang and Ma, 2012）、深度學習架構（deep learning architectures）（Bengio, 2009; Goodfellow *et al.*, 2016）已廣泛應用於土壤分類、液化評估、沉陷預測與參數反算。此類模型具有高度表達能力與彈性，可逼近複雜非線性關係，而不需預先假設物理定律，在影像辨識與語言模型等數據極為豐富領域，其效果顯著。然而，在大地工程中，數據仍具：稀疏性、空間變異性、場址獨特性，高彈性模型雖可良好擬合現有數據，但跨場址泛化能力仍存在不確定性。以偏差－變異觀之：高模型彈性提升可降低局部偏差，但在數據稀疏或未見場址條件下可能放大變異。因此，AI

並未消除偏差－變異權衡，而是將其於更高容量模型空間中重新呈現。

AI/ML 在大地工程中的擴散往往伴隨整體 AI/ML 社群技術浪潮：早期神經網路與支持向量機、隨機森林 (random forest) 與 XGBoost、卷積神經網路 (CNN)、循環神經網路 (RNN) 與長短期記憶網路 (LSTM)、以及近期的轉換器架構 (transformer)。若採用這些 AI/ML 模型的動機是為解決大地工程數據之非線性、多尺度與空間變異特性，則符合「數據優先 (data-first)」哲學；但若主要動機來自技術流行趨勢，則容易形成「模型優先 (model-first)」現象，導致模型容量與數據條件不匹配。AI 對大地工程真正的貢獻，不在於最新架構的引入，而在於重新檢視模型容量與地下空間數據特性之相容性。

5.4 AI 的轉移學習能力

近期 AI 基礎模型 (foundation models) 與轉移學習 (transfer learning) 的發展，進一步擴展此議題。大型預訓練模型在語言、影像與科學計算中展現跨任務泛化能力。例如：大型語言模型可在未明確接受物理訓練情況下推理工程問題 (Wei *et al.*, 2022)，影像基礎模型可用少量標註數據轉移至醫學影像或材料缺陷辨識 (Raghu *et al.*, 2019)，語言模型可跨語系進行泛化 (Zoph *et al.*, 2016)。理論上，轉移學習為大地工程提供跨場址學習之可能，然而，轉移學習依賴來源域與目標域間的相似性。在大地工程中不同場址的地質成因、沉積環境、應力歷史，可能顯著不同，若相似性判斷錯誤，轉移學習可能降低變異卻引入隱性偏差。因此，即使在最先進轉移學習架構下，根本限制仍存在：模型容量無法取代對數據結構的理解。

5.5 物理導引式人工智慧建模

面對上述挑戰，物理導引式人工智慧 (physics-informed AI) 逐漸興起。物理導引神經網路 (Physics-Informed Neural Networks, PINN)

(Raissi *et al.*, 2019) 將控制偏微分方程嵌入訓練目標。而熱力學人工神經網路 (Thermodynamics-based Artificial Neural Networks, TANN) (Masi *et al.*, 2021) 將熱力學定律限制嵌入資料驅動的組成律模型。此類方法的概念核心為：透過物理結構引入合理偏差、以降低純數據驅動模型之變異，在偏差－變異框架下，此為重新平衡策略。

5.6 數據豐富的錯覺

當代容易產生「數據豐富」之錯覺。相較於早期土壤力學，數據量確實增加，計算工具更普及，AI 框架更成熟。然而，多數工程專案仍受限於有限鑽孔數量、經費限制、地質非均質性，即使大型數據庫亦由大量稀疏觀測彙整而成。因此，當代狀態可總結為：

- 數據比過去豐富，但尚未全面豐富；
- 模型容量大幅擴張；
- 不確定性仍然存在。

數據與模型之張力並未消失，只是更加細緻與隱性。關鍵問題不再是我們是否已具備足夠數據進行完全數據驅動工程？而是在數據更為豐富但仍然稀疏的條件下，模型容量應如何校準？此問題自然引向更深層的方法論反思。若偏差－變異權衡可作為統計統一視角，是否能成為評估當代建模策略之概念骨幹？下一章將直接探討此問題。

六、偏差－變異權衡作為統一視角

前述各章回顧了大地工程從理論萌芽、計算能力擴張、不確定性顯性化，到當代數據成長與人工智慧興起的歷程。在這些轉變之下，始終存在一項反覆出現的張力：模型容量不斷提升，但地下空間數據仍然本質上稀疏、具空間變異性，且高度場址特定。為了更一致地理解這種張力，統計學中的偏差－變異權衡 (bias-variance tradeoff) 提供了一個有力的分析視角。在監督式

學習 (supervised learning) 中，總預測誤差可分解為偏差 (bias) 與變異 (variance)，隨著模型複雜度提升，偏差通常下降，因為模型更能逼近潛在機制；然而，變異則隨之上升，因為預測結果對數據波動更為敏感。總誤差通常呈現 U 形曲線：過度簡化模型 → 高偏差、低變異，過度複雜模型 → 低偏差、高變異，中間存在一合理平衡區域，圖 1 示意此概念。

在大地工程中，地下空間不可見性、數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性，構成所有模型的基本限制。從歷史角度觀察，本學科的發展可被重新詮釋為：在這條曲線上反覆尋找可行平衡區域的過程。

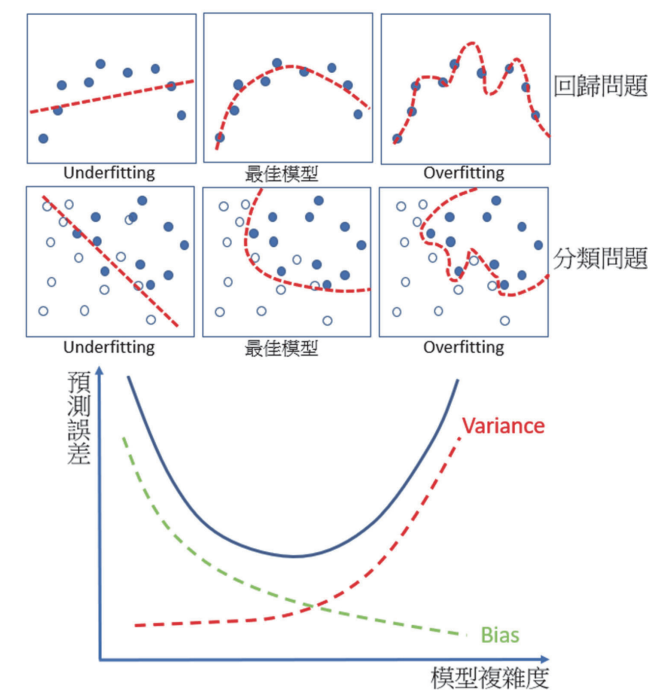


圖 1 偏差－變異權衡示意圖

6.1 歷史證據一：長久存續的模型是平衡模型

若檢視那些在工程實務中長期具有影響力的模型，可發現一項顯著現象：最具持久性的模型，往往並非理論複雜度最高者，而是其複雜度與當時數據條件相匹配者。有效應力原理 (Terzaghi, 1925) 建立了一個簡潔而具物理意涵

的框架，其基礎來自有限但謹慎詮釋的試驗與現地觀測。統一土壤分類系統 (Unified Soil Classification System, USCS) (Casagrande, 1948) 透過粒徑分布與阿太堡限度等可量測參數，將複雜土壤行為壓縮為少數工程分類。Seed 與 Idriss (1971) 提出之液化評估架構，將循環阻抗比 (cyclic resistance ratio, CRR) 與循環應力比 (cyclic stress ratio, CSR) 關係整理為簡化曲線，奠基於案例資料之審慎分析。此外，現地十字片剪試驗修正係數 (Bjerrum, 1973)、SHANSEP 架構 (Ladd and Foott, 1974)、狀態參數 (state parameter) 概念 (Been and Jefferies, 1985)、Bolton 的摩擦角公式 (Bolton, 1986)、Robertson 的土壤行為類型 (soil behavior type) 分類 (Robertson, 1990)，以及 Ishihara 與 Yoshimine (1992) 提出之液化後體積應變關係，皆呈現類似特徵：

- 以可觀測數據為出發點；
- 嵌入物理機制；
- 保持參數可量測性與可校準性；
- 避免不必要的模型複雜化。

從偏差－變異觀點來看，這些模型既未追求極端簡化，也未追求理論極致複雜，而是在當時數據限制下達成合理平衡，其長期存續顯示，在數據有限條件下，穩定性可能比理論完整性更具價值。

6.2 歷史證據二：業界隱含的模型篩選機制

若從組成律發展角度觀察，同樣可見此規律。數十年來，眾多模型試圖捕捉更細緻的土壤行為。然而，真正於設計實務中長期使用者有限。Mohr-Coulomb 塑性模型、Cam Clay (或 Modified Cam Clay)、Duncan-Chang 模型，以及 Hardening Soil 類型模型，仍為常用架構。這些模型並非文獻中最複雜者，其存續原因在於：

- 參數可由標準室內或現地試驗辨識；
- 數值實現具穩定性；
- 對典型數據條件具有可操作性。

工程專案必須在有限經費、有限調查範圍與有限時間內完成。需要大量校準數據、數值不穩定或依賴罕見量測的模型，往往難以在實務中長期存在。此篩選過程與偏差－變異邏輯高度一致：當模型複雜度超出典型場址數據所能支撐的範圍，變異迅速上升，導致預測不穩定。因此，模型存續反映的並非單純保守主義，而是在數據限制下的隱含最佳化。

6.3 當代人工智慧與權衡的再形塑

人工智慧的興起並未消除偏差－變異權衡，而是在更高彈性模型空間中強化此張力。高複雜度 AI/ML 模型（如神經網路、集成樹與轉換器架構）可在未預設物理限制情況下逼近非線性關係，在數據極為豐富領域，此類模型有效降低偏差。然而，在大地工程中，數據仍具稀疏性、空間變異性與場址特定性。模型複雜度提升可能在局部降低偏差，卻在跨場址應用時放大變異。即使大型基礎模型與轉移學習展現跨領域泛化能力，其成功仍依賴來源域與目標域之相似性；若地質成因、沉積過程或應力歷史顯著不同，轉移可能引入隱性偏差。物理導引式人工智慧模型則透過引入物理結構以控制變異，然而，此並非逃離權衡，而是重新分配偏差與變異。

6.4 作為學科層級視角的偏差－變異權衡

回顧數十年發展，大地工程與其說是線性邁向日益複雜，不如說是在偏差－變異曲線上來回擺盪：

- 早期古典模型在極端數據稀缺下採取高度簡化；
- 組成律擴張試圖降低偏差；
- 可靠度與隨機場模型承認不可消除之變異；

- 當代 AI 提升表達能力，但重新帶入變異風險；
- 物理導引 AI 嘗試透過物理結構控制變異。

第一章所述之基本限制——地下空間不可見性、數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性——從未消失，改變的並非權衡本身，而是其導航方式。偏差－變異權衡提供一種診斷框架，它提醒我們，總預測誤差並非透過理論雄心即可最小化，而是必須使：

- 模型結構；
- 參數可辨識性；
- 數據可得性。

三者相互匹配。從此角度觀之，大地工程的長期發展可理解為在持續數據限制下，不斷重新平衡數據與模型之過程。下一章將由詮釋轉向方向性思考：若偏差－變異權衡確實刻畫了本學科的歷史張力，則在數據更為豐富但仍未完全豐富的條件下，未來建模策略應如何設計？

七、在持續數據限制下重新平衡：未來方向

若偏差－變異權衡（bias-variance tradeoff）提供了一種統一視角以理解過去，它同樣為未來提供方向。第一章所指出之基本限制——地下空間不可見性、數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性——短期內不可能消失，然而，量測技術將持續進步，數據庫將擴張，人工智慧工具亦將更加成熟。因此，關鍵問題不在於如何消除偏差－變異權衡，而在於：在「數據更為豐富但尚未真正數據豐富」且「模型能力高度發展」的條件下，如何重新校準此權衡。

7.1 推進「數據優先」建模哲學

Phoon 與 Zhang (2023) 提出「數據優先實務核心議程（data-first practice central agenda）」，主張模型應盡可能解釋所有真實世界數據，而非僅選擇少量「高品質且相關」數據，再要求工程師詮釋場址調查數據以配合既有模型。「數據優

先」哲學並非排斥物理模型，而是回到一個更根本問題：我們的數據能支撐什麼樣的模型？在選擇或發展模型之前，幾項問題應成為核心考量：

- 目標數據是否清楚為模型之輸入或輸出？
- 可用數據質與量是否足夠支撐高度模型彈性？
- 參數是否可直接量測，或能透過間接方式合理推估？

模型複雜度應源自上述問題的答案，而非理論野心或方法學的流行趨勢。在數據有限與稀疏條件下，即使存在系統性偏差，較簡潔模型仍可能降低總預測誤差；當長期監測數據逐漸累積，較高複雜度模型方可能合理化。

此外，大地工程之數據與案例並不僅限於反映地下空間本身。工程決策常涉及人為因素，包括詮釋、判斷與風險接受程度，許多工程失敗並非源自組成律錯誤，而是來自偏誤解讀、決策延誤或判斷失準。若數據優先哲學被嚴肅對待，未來建模應逐步納入人因工程（human factors）與決策不確定性（decision uncertainty），使風險評估不僅涵蓋材料變異，也涵蓋決策過程中的不確定性。

7.2 從數據／經驗累積到轉移學習

大地工程並非真正缺乏數據，而是大量數據分散於案例紀錄、工程報告與學術出版物之中。將這些分散之數據與經驗轉化為結構化、可搜尋之數據庫，是未來重要方向。此轉化不僅包括案例彙編，更包括：

- 土壤性質及其相關性之系統性統計描述；
- 轉換不確定性與模型不確定性之量化；
- 數據格式之標準化；
- 案例中失效機制與不確定性之透明報告。

在此基礎上，現代 AI 中的轉移學習（transfer learning）提供跨場址、跨區域與跨專案的知識轉移機制。然而，轉移學習隱含來源與

目標條件之相似性假設，當地質成因、應力歷史或邊界條件差異顯著時，轉移可能引入隱性偏差。因此，未來進展不僅在於更大規模數據或更強演算法，而在於發展具有理論基礎的相似性評估方法，使知識轉移建立於可檢驗之比較基礎上。

7.3 深化空間變異性與不確定性建模

地下空間系統之不確定性具有多層次結構。第一層為大地材料變異性（geotechnical variability）：同一土層內性質在空間上的連續變動，例如強度與勁度隨空間位置改變。第二層為地質不確定性（geological uncertainty）：地下空間結構本身之不確定，包括土層界面位置、厚度與側向延續性。方法論上已有顯著進展。隨機場模型（random field models）廣泛用於描述材料參數之空間相關；馬可夫隨機場（Markov random field）（例如 Li, 2009）與其他地質統計方法則用於模擬地層轉換與地質不確定性，然而，實務應用仍面臨挑戰。空間相關長度、變異係數與地層轉換機率等參數，多須由場址特定數據辨識，而此類數據往往稀疏、不完整且碎片化，限制模型之統計穩定性與預測能力。

理論上，這些模型可透過跨場址數據庫進行轉移學習以提升統計穩定性。然而，此需具備另一種規模之數據：大量來自不同場址的三維地下空間觀測資料（例如 CPT、鑽孔、十字片剪試驗與表面波調查），目前此類三維地下空間大數據庫尚未被建立。即使建立，其內部資料仍將呈現不完整之「片段式地下空間快照」，而非連續三維影像。因此，在稀疏與碎片化數據結構下，如何發展具有原則性的轉移學習方法，仍為未來關鍵研究課題。

7.4 數據庫建置與共享

單一工程專案通常不足以產生支撐高容量模型之數據，國家級、區域級與主題型數據庫構成學科重要基礎設施，因此數據庫建置至關重

要。除建置外，數據共享文化亦需逐步建立，顧問公司、業主與政府單位往往面臨資料隱私、契約義務、智慧財產權、責任風險與基礎設施安全等顧慮，因而限制數據公開。未來若能建立資料匿名化與抽象化機制，並設計清楚治理架構，將有助於降低共享疑慮。此外，適當之激勵機制亦可能發揮作用，例如：研究合作平台、專業認可制度、政策層級之鼓勵或獎勵措施，若能在不損及隱私與安全前提下共享地下空間資訊，整體數據基礎將大幅提升，不僅強化數據基礎，也將促進模型長期演進。

7.5 物理導引式人工智慧建模

物理導引式人工智慧（physics-informed AI）（例如 PINN、TANN）之重要性在於其承認偏差－變異權衡，透過在高彈性 AI 模型中嵌入控制方程或熱力學原理的限制，模型可引入具有物理合理性的偏差，以控制變異。此策略在「數據極度稀疏但系統高度複雜」的大地工程情境中特別具有意義：地下空間系統涉及非線性組成律、多物理耦合與空間非均質性，但場址數據仍然有限。若完全採用高容量 AI 模型，可能在局部擬合良好，卻在跨場址應用時產生不穩定泛化。物理導引機制提供穩定化效果：在數據支撐不足之方向上限制模型彈性，使學習方向符合已知力學結構，降低變異，目標並非消除權衡，而是在數據不足之處刻意引入合理偏差，以達成更穩定預測。未來研究應釐清：

- 在何種數據條件（例如監測密度與空間覆蓋程度）下，物理導引模型優於純 AI 模型？
- 物理限制之強度應如何設計，方能在偏差與變異間取得最佳平衡？

八、結論

本文從一項簡單卻長期存在的觀察出發：大地工程始終運作於若干內在限制之下，而這些限制並不會隨技術進步而消失：地下空間不可見性、數據稀疏性、空間變異性與場址獨特性，構

成本學科的基本背景條件。在超過一世紀的發展過程中，大地工程透過不同策略回應這些限制。早期古典理論在極端數據稀缺條件下選擇高度簡化；計算力崛起大幅擴張模型複雜度；可靠度方法與隨機場模型將不確定性顯性化；當代數據庫與人工智慧工具則進一步提升建模能力。然而，這些轉變並未消除數據與模型之間的張力，而是以不同形式重新組織與呈現此張力。

偏差－變異權衡（bias-variance tradeoff）為理解此歷程提供一致視角，它說明為何長期存續的模型往往是平衡模型；說明在數據稀疏條件下過度複雜可能導致推論不穩定；亦說明為何不確定性建模的興起象徵學科成熟。此視角並未將模型簡化視為絕對美德，也未全面擁抱純資料驅動擬合。模型複雜度並不同於進步；真正的進步取決於模型結構是否與數據條件及參數可辨識性相匹配。從此意義觀之，大地工程既非純粹物理導向，也非純粹數據導向，其理論發展可被理解為在有限數據條件下，持續平衡複雜度與穩定性的過程，本領域最具影響力的模型，往往是尊重此平衡者。

展望未來，數據量將持續增加，監測將更為密集，數據庫將擴張，人工智慧工具亦將演進。然而，地下空間仍將大多不可見，工程決策仍將在不确定性下涉及人為判斷，核心方法論問題將持續存在：在數據較過去豐富、但仍未真正數據豐富的條件下，我們應如何設計模型？因此，大地工程的未來不在於在數據與模型之間做出二選一，而在於持續校準兩者之關係。若將偏差－變異權衡不僅視為統計概念，而視為學科演進之透鏡，它所提供的長期提醒是明確的：模型穩定性並非來自最大複雜度，而來自假設與數據之間的健康比例關係。

揭露聲明

本文係作者英文論文“Data versus Model: Past, Present, and Future of Bias-Variance Tradeoff in Geotechnical Engineering”之中文翻譯與整理版

本，原文刊載於 Journal of GeoEngineering（中華民國大地工程學會）。本文用詞已依本刊讀者對象進行適度調整，並經原出版單位同意翻譯刊載，特此說明。

參考文獻

1. Ang, A.H-S. and Tang, W.H. (1975). Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol. I: Basic Principles. Wiley.
2. Baecher, G.B. and Christian, J.T. (2003). Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering. Wiley.
3. Been, K. and Jefferies, M.G. (1985). A state parameter for sands. *Géotechnique*, 35(2), 99-112.
4. Bengio, Y. (2009). Learning deep architectures for AI. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 2(1), 1-127.
5. Benjamin, J. and Cornell, C.A. (1970). Probability, Statistics, and Decisions for Civil Engineers, McGraw-Hill.
6. Bjerrum, L. (1973). Problems of soil mechanics and construction on soft clays and structurally unstable soils. 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Moscow, 3, 111-159.
7. Bolton, M.D. (1986). The strength and dilatancy of sands. *Géotechnique*, 36(1), 65-78.
8. Brandenberg, S.J., Zimmaro, P., Stewart, J.P., et al. (2020). Next-generation liquefaction database. *Earthquake Spectra*, 36(2), 939-959.
9. Casagrande, A. (1932). Research on the Atterberg limits of soils. *Public Roads*, 13(8), 121-136.
10. Casagrande, A. (1948). Classification and identification of soils. *Transactions*, ASCE, 113, 901-991.
11. Ching, J., Uzielli, M., Phoon, K.K., and Xu, X.J. (2023). Characterization of autocovariance parameters of detrended cone tip resistance from a global CPT database. *ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 149(10), 04023090.
12. Christian, J.T., Ladd, C.C., and Baecher, G.B. (1994). Reliability applied to slope stability analysis. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 120(12), 2180-2207.
13. Clough, R. and Woodward, R. (1967). Analysis of embankment stresses and deformations. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, 93(4), 529-549.
14. Coulomb, C.A. (1776). Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoires de Mathématique et de Physique présentés à l'Académie Royale des Sciences, Paris, 7, 343-382.
15. Cundall, P.A. and Strack, O.D.L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1), 47-65.
16. Dafalias, Y.F. and Popov, E.P. (1975). A model of nonlinearly hardening materials for complex loading. *Acta Mechanica*, 21, 173-192.
17. Daniels, D.J. (2004). Ground Penetrating Radar. 2nd Edition, IEE Radar, Sonar and Navigation Series 15 (Ed.). The Institution of Electrical Engineers, London.
18. Duncan, J.M. and Chang, C.Y. (1970). Nonlinear analysis of stress and strain in soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, 96(SM5), 1629-1653.
19. Fenton, G.A. and Griffiths, D.V. (2008). Risk Assessment in Geotechnical Engineering. Wiley.
20. Goodfellow, I., Bengio, Y., and Courville, A. (2016). Deep Learning. MIT Press.
21. Griffiths, D.V. and Fenton, G.A. (2004). Probabilistic slope stability analysis by finite elements. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 130(5), 507-518.

22. Haykin, S. (2009). *Neural Networks and Learning Machines* (3rd ed.), Prentice Hall.
23. Huang, H.W., Li, Q.T., and Zhang, D.M. (2018). Deep learning based image recognition for crack and leakage defects of metro shield tunnel. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 77, 166-176.
24. Ishihara, K. and Yoshimine, M. (1992). Evaluation of settlements in sand deposits following liquefaction during earthquakes. *Soils and Foundations*, 32(1), 173-188.
25. ISSMGE (2021). State-of-the-art Review of Inherent Variability and Uncertainty in Geotechnical Properties and Models. International Society of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE) Technical Committee TC304 'Engineering Practice of Risk Assessment and Management'.
26. Itasca (1998). PFC3D – Particle Flow Code in 3 Dimensions. Itasca Consulting Group, Minneapolis.
27. Ladd, C.C. and Foott, R. (1974). New design procedure for stability of soft clays. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 100(7), 763-786.
28. Li, S. Z. (2009). *Markov Random Field Modeling in Image Analysis*. Springer.
29. Loke, M.H. and Barker, R.D. (1996). Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method. *Geophysical Prospecting*, 44, 131-152.
30. Lumb, P. (1966). Variability of natural soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 3(2), 74-97.
31. Masi, F., Stefanou, I., Vannucci, P., and Maffi-Berthier, V. (2021). Thermodynamics-based artificial neural networks for constitutive modeling. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 373, 113531.
32. Massonnet, D. and Feigl, K.L. (1998). Radar interferometry and its application to changes in the Earth's surface. *Reviews of Geophysics*, 36(4), 441-500.
33. Park, C.B., Miller, R.D., and Xia, J. (1999). Multichannel analysis of surface waves. *Geophysics*, 64(3), 800-808.
34. Pastor, M., Zienkiewicz, O.C., and Chan, A.H.C. (1990). Generalized plasticity and the modelling of soil behaviour. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 14, 151-190.
35. Peck, R. B. (1969). Advantages and limitations of the observational method in applied soil mechanics. *Géotechnique*, 19(2), 171-187.
36. Phoon, K.K. and Kulhawy, F.H. (1999a). Characterization of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*, 36(4), 612-624.
37. Phoon, K.K. and Kulhawy, F.H. (1999b). Evaluation of geotechnical property variability. *Canadian Geotechnical Journal*, 36(4), 625-639.
38. Phoon, K.K. and Zhang, W.G. (2023). Future of machine learning in geotechnics. *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 17(10), 1-16.
39. Potts, D.M. and Zdravkovic, L. (1999). *Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: Theory*. Thomas Telford.
40. Prevost, J.H. (1985). A simple plasticity theory for frictional cohesionless soils. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 4(1), 9-17.
41. Raghu, M., Zhang, C., Kleinberg, J., and Bengio, S. (2019). Transfusion: Understanding transfer learning for medical imaging. *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*. *arXiv:1902.07208*.
42. Raissi, M., Perdikaris, P., and Karniadakis, G.E. (2019). Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 378, 686-707.
43. Rankine, W.J.M. (1857). On the stability of loose earth. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 147, 9-27.
44. Robertson, P.K. (1990). Soil classification using the cone penetration test. *Canadian Geotechnical Journal*, 27(1), 151-158.
45. Roscoe, K.H. and Burland, J.B. (1968). On the generalised stress-strain behaviour of wet clay. In *Engineering Plasticity* (eds. J. Heyman and F.A. Leckie), Cambridge University Press, Cambridge, 535-609.
46. Roscoe, K.H., Schofield, A.N., and Wroth, C.P. (1958). On the yielding of soils. *Géotechnique*, 8(1), 22-53.
47. Schanz, T., Vermeer, P.A., and Bonnier, P.G. (1999). The hardening soil model: Formulation and verification. In *Beyond 2000 in Computational Geotechnics*, Balkema, 281-290.
48. Schölkopf, B. and Smola, A. (2001). *Learning with Kernels: Support Vector Machines, Regularization, Optimization, and Beyond*. MIT Press.
49. Seed, H.B. and Idriss, I.M. (1971). Simplified procedure for evaluating soil liquefaction potential. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, 97(9), 1249-1273.
50. Skempton, A.W. (1954). The pore-pressure coefficients A and B. *Géotechnique*, 4(4), 143-147.
51. Skempton, A.W. (1964). Long-term stability of clay slopes. *Géotechnique*, 14(2), 77-102.
52. Soga, K. and Luo, L. (2018). Distributed fiber optics sensors for civil engineering infrastructure sensing. *Journal of Structural Integrity and Maintenance*, 3(1), 1-21.
53. Stokoe, K.H. and Woods, R.D. (1972). In situ shear wave velocity by cross-hole method. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Division*, ASCE, 98(5), 443-460.
54. Sulsky, D., Chen, Z., and Schreyer, H.L. (1994). A particle method for history-dependent materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 118, 179-196.
55. Tang, C. and Phoon, K.K. (2021). *Model Uncertainties in Foundation Design*, CRC press.
56. Tang, W.H., Yucemen, M.S., and Ang, A.H.S. (1976). Probability-based short term design of soil slopes. *Canadian Geotechnical Journal*, 13(3), 201-215.
57. Terzaghi, K. (1925). *Erdbaumechanik auf bodenphysikalischer Grundlage*. Franz Deuticke, Vienna.
58. Terzaghi, K. (1943). *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, New York.
59. Terzaghi, K. and Peck, R.B. (1948). *Soil Mechanics in Engineering Practice*. John Wiley & Sons, New York.
60. Vanmarcke, E.H. (1983). *Random Fields: Analysis and Synthesis*. MIT Press.
61. Vanmarcke, E.H. (1977). Probabilistic modeling of soil profiles. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 103(11), 1227-1246.
62. Wei, J., Wang, X., Schuurmans, D., et al. (2022). Emergent abilities of large language models. *arXiv preprint arXiv:2206.07682*.
63. Zhang, C. and Ma, Y. (2012). *Ensemble Machine Learning: Methods and Applications*. Springer.
64. Zienkiewicz, O.C. (1971). *The Finite Element Method in Engineering Science*. McGraw-Hill, London.
65. Zoph, B., Yuret, D., May, J., and Knight, K. (2016). Transfer learning for low-resource neural machine translation. *Proceedings of the 2016 Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing*, 1568-1575.
66. 經濟部地質調查及礦業管理中心 (2026)。工程地質探勘資料庫。 <https://geotech.gsmma.gov.tw/> (擷取日期：2026年6月11日)。